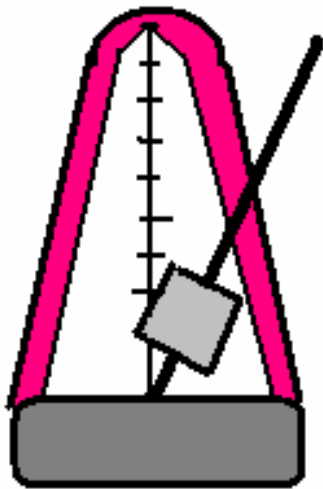


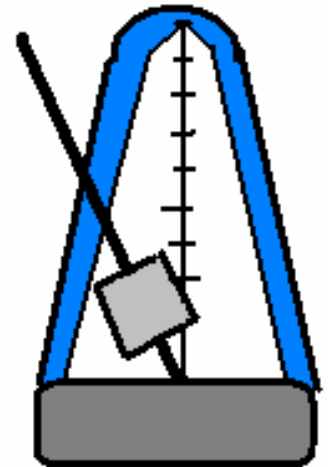
メトロノーム集団の同期現象



高橋哲 西堀亮太 二瓶巧

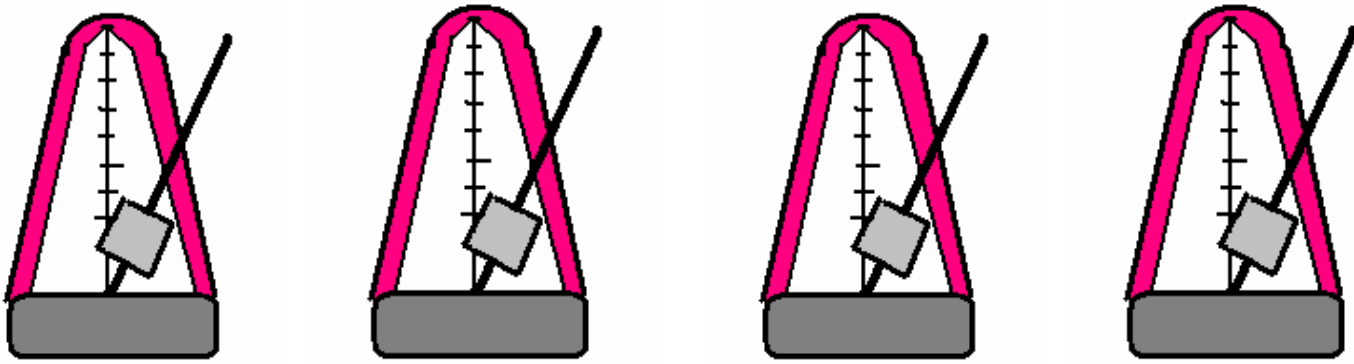
総合科学研究部

埼玉県立浦和東高等学校



動機

浦和東一日大学という行事の中で、千葉大学の先生がメトロノームをブランコ上に乗せて針を振らせるという演示実験をしてくださった。始めバラバラに針を振らせても、その後いつの間にか全てのメトロノームの針が揃って振れるようになり、その後ずれることなく振れ続けたのを見て興味を持ちその詳細について調べてみた。



実験の準備

- メトロノーム (NIKKO ルピーナ メトロノーム)
- デジタルカメラ (CASIO EXILLIM PRO EX-F1、RICOH Caplio R1)
- 木製まな板 (縦 17.5 cm、横 25 cm、厚さ 1.2 cm、重さ 156 g)
- 鉄枠 (図 1)
- 鉄製スタンド
- たこ糸
- 磁石
- 輪ゴム
- 水準器

図 1



実験

1. メトロノーム1個の振動
2. **机**上に置いたメトロノーム2個の振動
3. **まな板ブランコ**上に置いたメトロノーム4個の振動
4. **まな板の動き**を追跡する
5. メトロノーム**先端の動き**を追跡する
6. **たこ糸**で連結したまな板ブランコ上のメトロノーム集団
7. **輪ゴム**で連結したまな板ブランコ上のメトロノーム集団
8. **磁石の引力**で連結したまな板ブランコ上のメトロノーム集団
9. **磁石の斥力**で連結したまな板ブランコ上のメトロノーム集団
10. **円形**に配置したメトロノーム4個の振動

実験1

メトロノーム1個の振動

【方法】机の上に置いた1個のメトロノームを振動数1.8Hzにセットして針の振動をスタートさせる。

【結果】針が周期的に左右に振れ、振動数は1.8Hzであった。途中で針の振動が変化することはなかった。

【考察】外部環境の影響がないため、メトロノーム内部の機構により針は規則的かつ周期的に振れたと考えられる



実験2

机の上に置いたメトロノーム集団の振動

【方法】

スチール製事務机の上に4個のメトロノームを間隔6~7cmで置く。

各メトロノームを異なった初期位相(針の角度)から振動させる。振動数は1.8Hzにする。

振動の様子をデジカメで3分間撮影する。

【結果】

ほとんどの場合、針は4個ともバラバラに動き位相が揃うことはなかった(図2)。

ごくまれに位相が揃うことが観察された。

【考察】

各メトロノームは**独立に振動**し、相互作用の影響はないと思われる。

まれに位相が揃った原因は、振動数のわずかな誤差によって一時的に位相が揃ったか、または机を通じて各メトロノームの振動が相互作用したかによるとと思われる。



図2. 位相は揃わない

実験3. まな板ブランコ上に置いた メトロノーム4個の振動

【方法】

まな板の四隅に3mmの穴を開け、この穴に凧糸を通し、凧糸を鉄製スタンドに固定してまな板をブランコ状に吊す。水準器を用いてまな板を水平にする。

メトロノーム4個をまな板に乗せる。各メトロノームが四角形(縦15cm、横9.3cm)の頂点に来るように配置する。メトロノームは4個とも同じ向きを向かせる(図3)。

各メトロノームを異なった初期位相(針の角度)から振動させ、針の振れを5分間観察し撮影する。振動数は1.8Hzにする。



図3. 凧糸でまな板を吊りメ
トロノームに乗せる

【結果】

初期状態では針の振動位相が揃っていないから、約10秒間は各針の動きはバラバラであった(図4)。

約15秒後に針の位相が揃い始めさらに、20秒後には全ての針が**同位相で振動**するようになった(図5)。

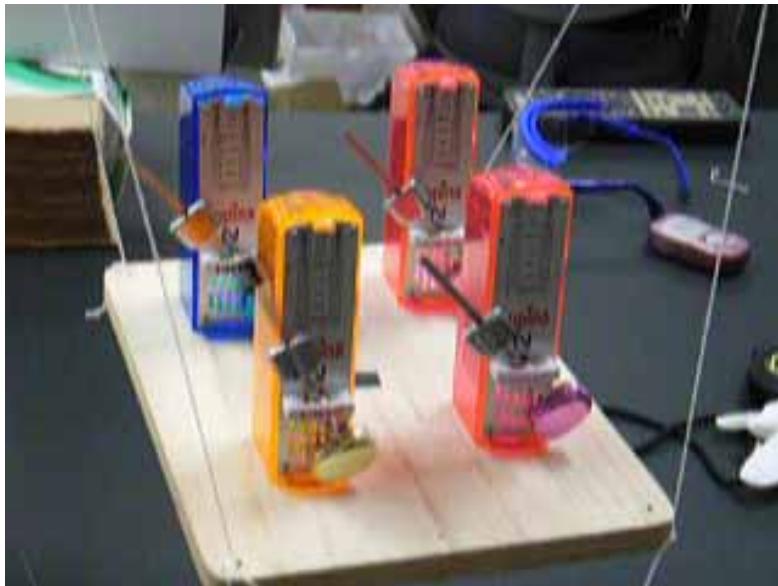
この同位相振動はその後ずっと継続した。位相が揃った後の振動数は1.8Hzであった。

針の位相が揃い始めるとき、針の動きが規則的でなくなり、振幅が小さくなることが観察された。

図4.はじめのうちは針の位相は揃っていない。



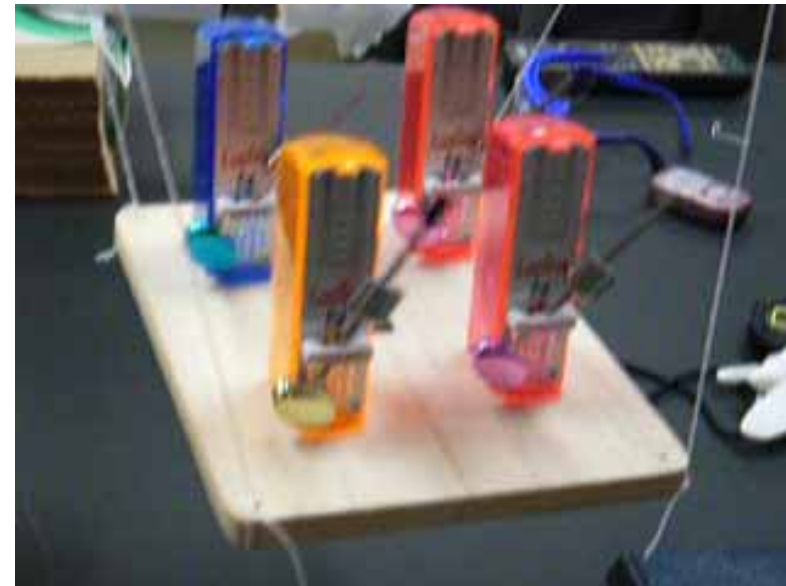
図5.4個が同期振動する様子



針が一斉に左へ振れる



繰り返す



針が一斉に右へ振れる

【考察】

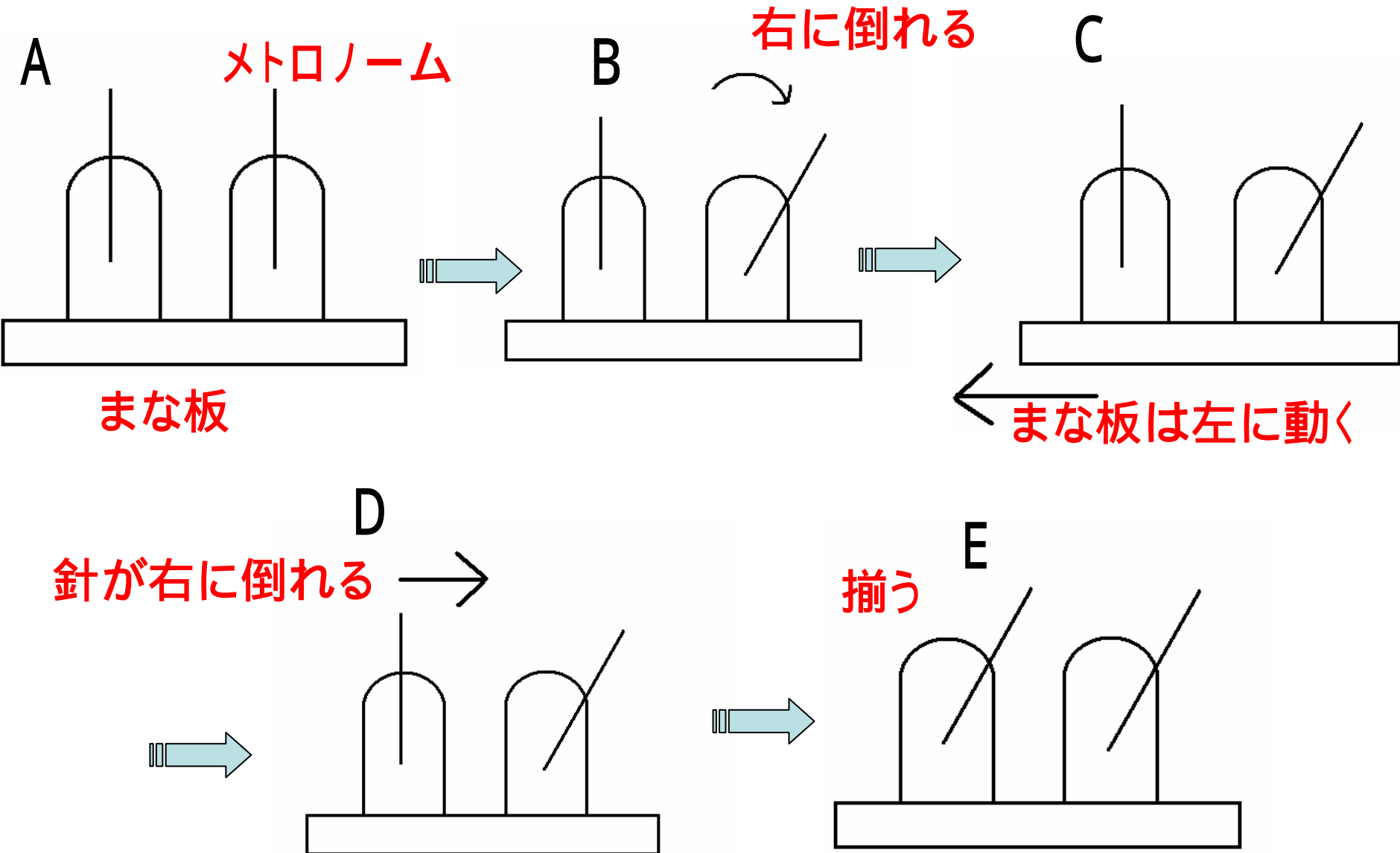
メトロノームの位相が揃う理由は次のように考えられる。
メトロノーム2個の場合で考える(図6)。

右側に置いたメトロノームの針(以下、右の針と略す)が右に振れる(図B)と反作用によりまな板は左向きの力を受けて左に動く(図C)。すると左側に置いたメトロノームはまな板との摩擦力のため左側(図D)に引かれ、針は慣性により右側に倒れる(図E)。すなわち、右の針が右に振れたことが原因で、左の針が右に振れることになる。この働きが続くことで針の位相が揃っていく。

ひとつの針の振れがブランコ状まな板の揺れを起こし、その揺れが他の針の振れに影響しているのである。

なお、針の位相が揃い始めるときに観察された、針の動きの不規則さと振幅の減少は、針がまな板から受ける力によるものであり位相が揃う機構を解明する手がかりになると思われる。

図6. 同位相で同期振動する原理



実験4

まな板の動きを追跡する

【方針】メトロノームの同期振動を起こしているブランコ状まな板はどのような動きをしているのか調べる。

【方法】

まな板の中心に黒点を描き、動きの目印とする(図7)。

メトロノームが同期振動しているときに、鉛直上方からまな板を高速度デジカメで撮影する(300fps)。

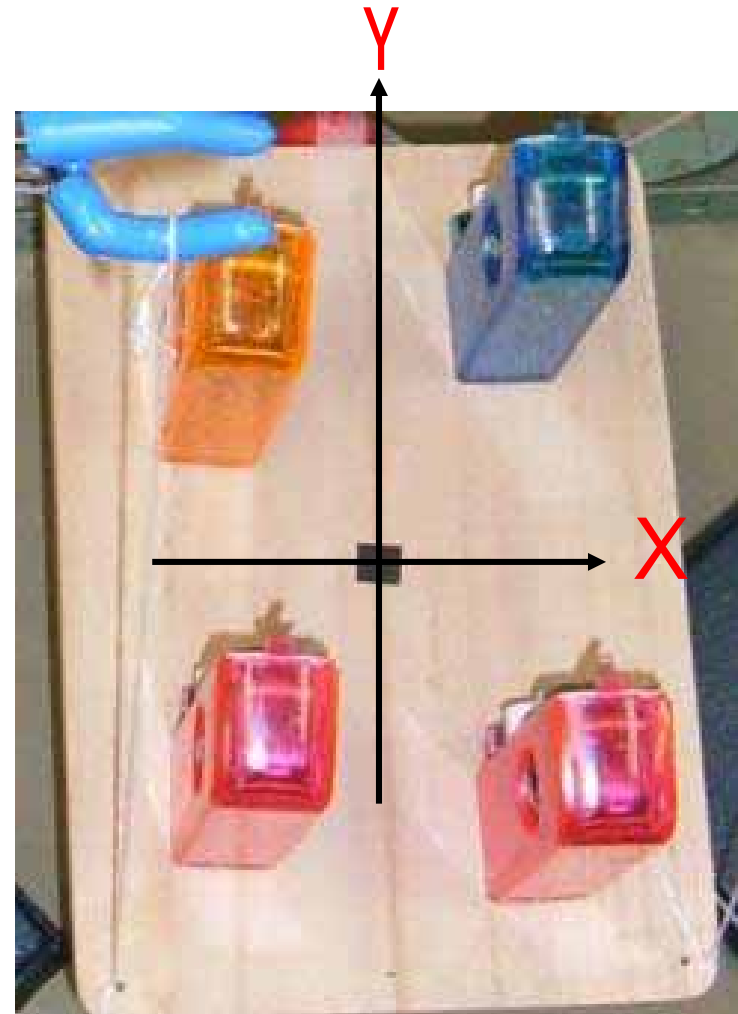


図7. まな板に目印をつける

【結果】 メトロ
ノーム4個が
同期振動して
いるとき、まな
板は針の振れ
る方向にだけ
揺れているの
ではなく、二次
元の複雑な動
きをしている
ことが目視に
よっても確認
できた。

目印とした黒
点の動きをグ
ラフ(x_t , y_t , x
 y)に表すと図
8,9のように
なった。

y軸方向の座標(相対値)

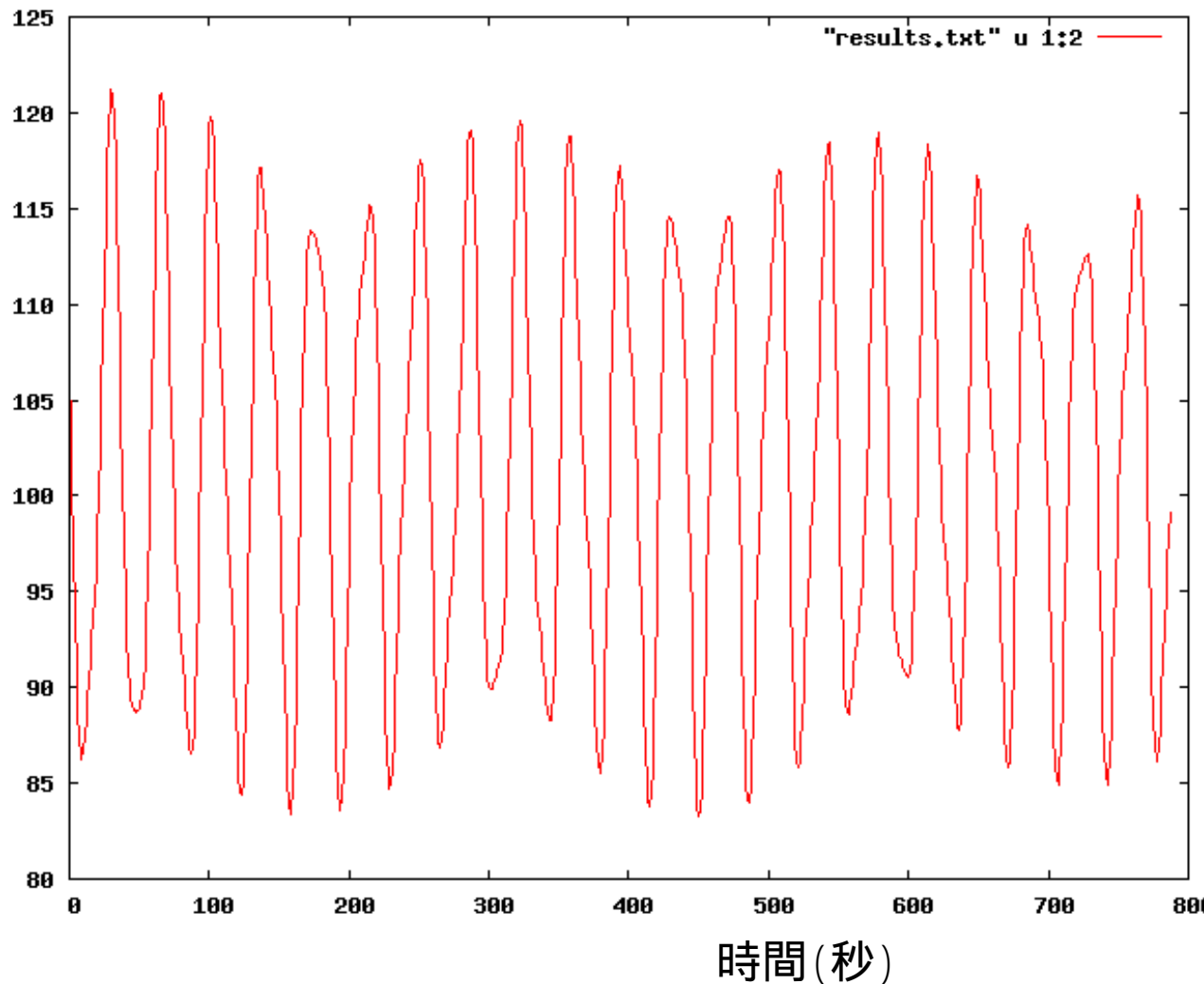


図8. 黒点の動き xtプロット

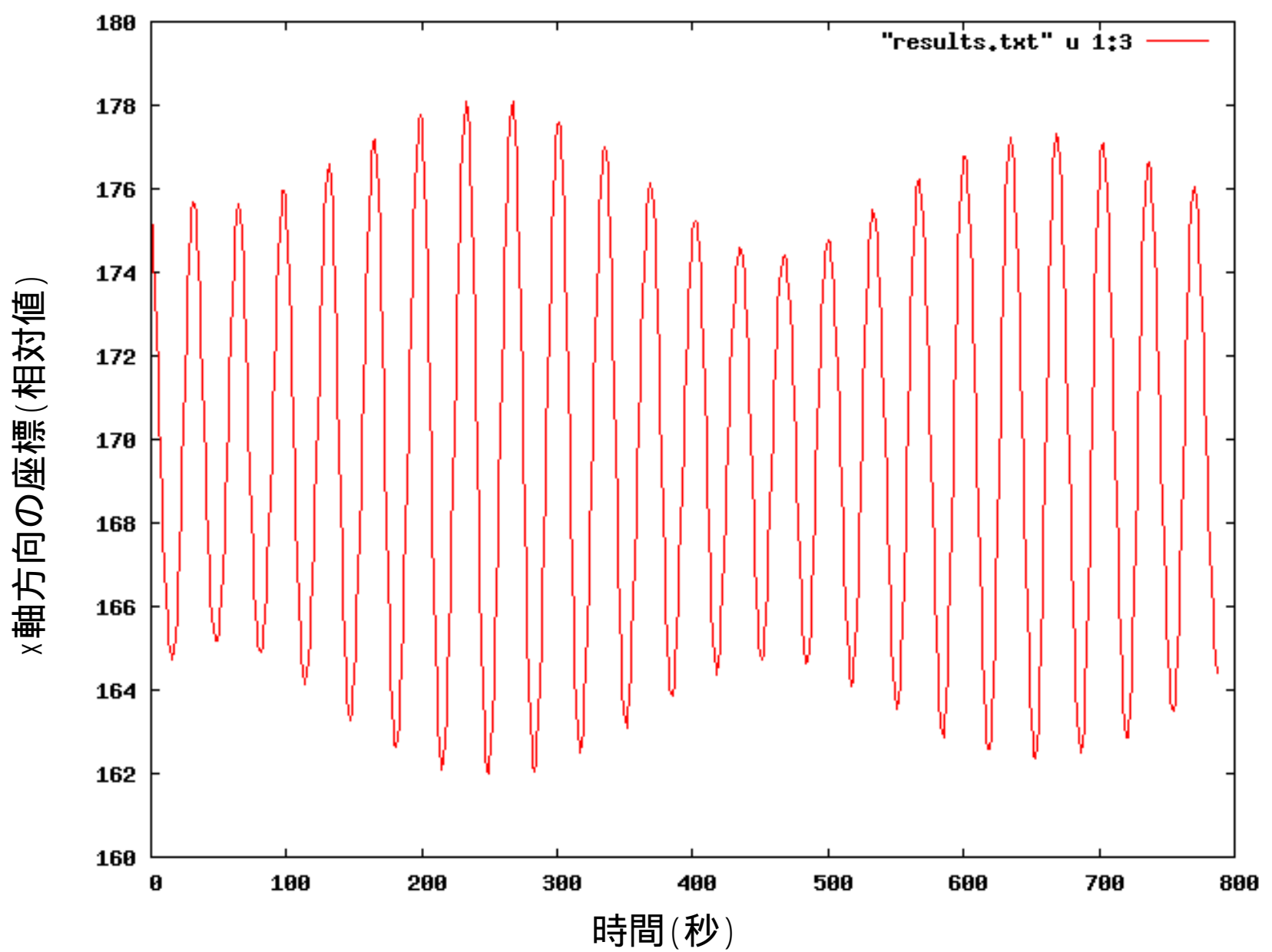
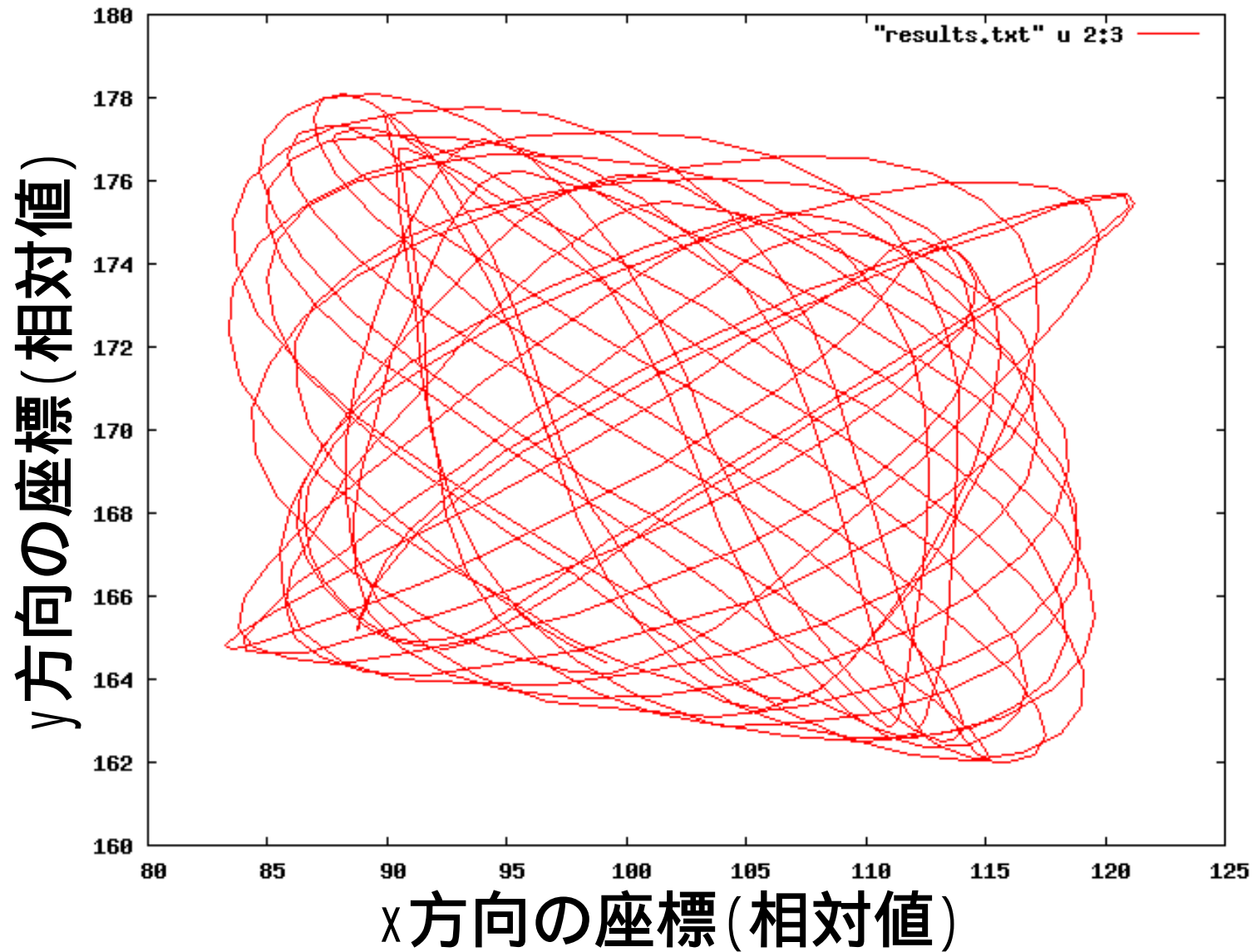


図8. 黒点の動き ytプロット

図9. 黒点の動き XYプロット



【考察】

図8、9からまな板の揺れについて表1のような結果が得られた。

振幅は一定ではなく、大きな振幅と小さな振幅が繰り返し現れている。大振幅と小振幅の入れ替わりは徐々に進行している。

大振幅から大振幅までの時間は5.1秒である。

表1. まな板の揺れ方		X軸方向	Y軸方向
振動数		1.1	1.2
振幅	大振幅	65mm	68mm
	小振幅	51mm	41mm

まな板の揺れがx軸方向(針の振動方向)だけでなく、それと直交するy軸方向にも起きている。その理由は次のように考えられる。(1)メトロノームの配置誤差のため、針の振動がY軸方向の力をまな板に与えた。(2)各メトロノームの配置位置がまな板の中心ではないので、針の振動による力がまな板にひねりを与えた。(3)まな板を吊っている尻糸の長さや角度が一様でなかったため、針の振動がy軸方向の力をまな板に与えた。

4個のメトロノームが同期振動した理由は、針の振動がまな板に及ぼす力によってまな板がx軸方向(針の振動方向)に振動し、この振動に各メトロノームが同一方向に力を受けたことによると考えられる。

実験5

メトロノーム先端の動きを追跡する

【方針】 針の位相が揃い始めるときに観察された、**針の動きの不規則さと振幅の減少を調べることで、位相が揃う機構を解明する手がかりを得る。**

【方法】 針の先端付近に目印として軽い黒紙をつけ(図10)、針の振動をデジカメで撮影する(300fps)。撮影は、位相のずれた振動状態から同位相で振動が起きるまでの間とする。

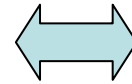


図10. 針の先端に目印を付ける

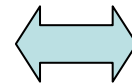
【結果】

目視によって、位相が揃うまえに針の振幅が小さくなる様子が目視によって観察された。

はじめ
位相が
ずれて
いる



やがて
位相が
そろう



目印の動きは図11の赤い曲線で表された。

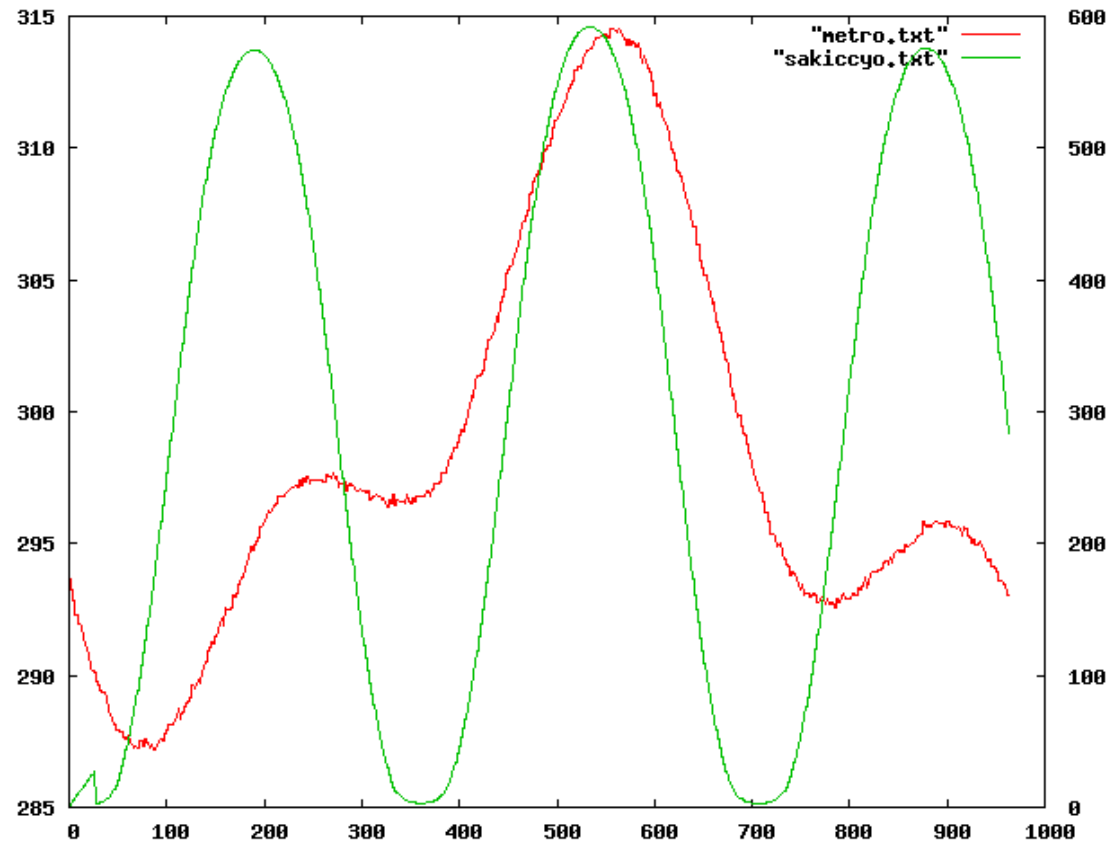


図11. 目印の動きを表す曲線

【考察】 曲線の振幅が小さくなったところは、メトロノーム本来の振れがまな板の揺れで押さえられたことを表していると考えられる。

実験6. たこ糸で連結した まな板ブランコ上のメトロノーム集団

【方針】メトロノーム4個を1枚のまな板に乗せると同位相振動が起きることが分かった。このまな板を2枚用意し連結させると、**新たな同期現象**が出現する可能性がある。連結方法を工夫して調べてみる。

【方法】まな板ブランコを2枚作り、
尻糸で2枚の向かい合う辺を連結する(図12)。連結距離は32mmとする。このとき、まな板は重力による平衡位置よりもやや接近させて連結し、尻糸が弛まない状態にする。
各まな板上にメトロノーム4個を配置する。全てのメトロノームが同じ向きを向くようにする。
針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、デジカメで撮影する。



図12. 2枚のまな板を尻糸で連結する

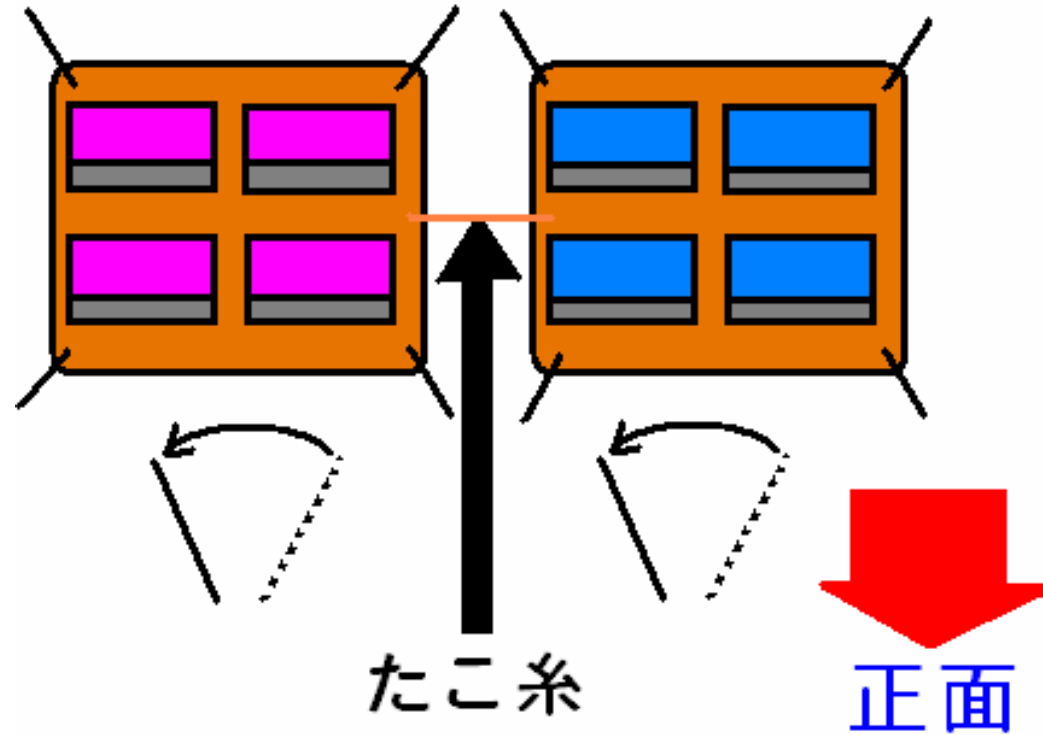
【結果】 振動開始時点では位相がバラバラだった針の振動が20秒後には8個全てが同位相振動を示した。振動数は1.8Hzであった。

まな板は2枚とも同じ動きをしていることが観察された。

【考察】

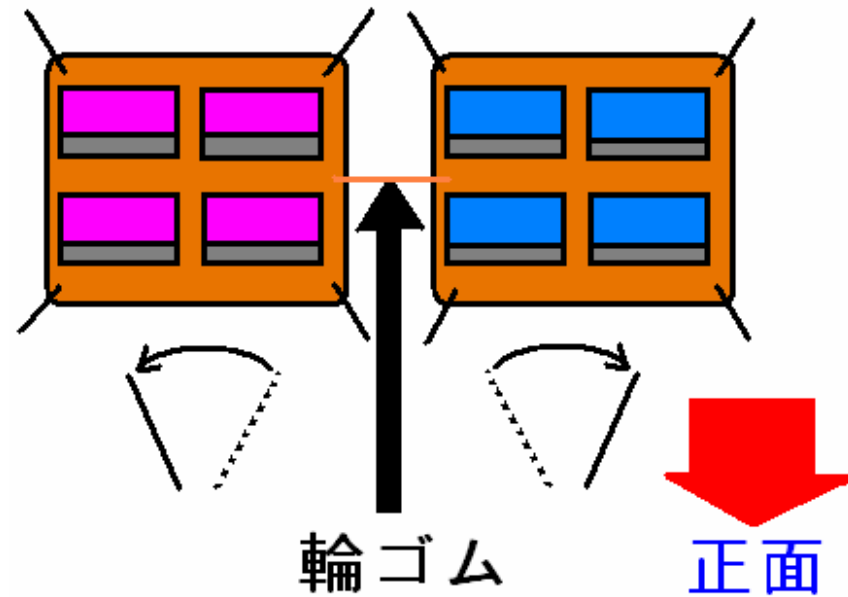
尻糸は弾性定数が大きいので、ピンと張った状態を保ち、弛むことなく動き、その結果2枚のまな板は一体化して動いたと思われる。

従って、8個のメトロノームは1枚のまな板に乗っている場合とおなじで、8個が同位相振動したと考えられる。



実験7. 輪ゴムで連結した まな板ブランコ上のメトロノーム集団

【方法】 まな板ブランコを2枚の向かい合う辺を輪ゴムで連結する。連結距離は32mmとする。このとき、まな板は重力による平衡位置よりもわずかに遠ざけて連結し、輪ゴムが弛まない状態にする。



各まな板上にメトロノーム4個を配置する。**8個全てのメトロノームが同じ向き**を向くようにする。

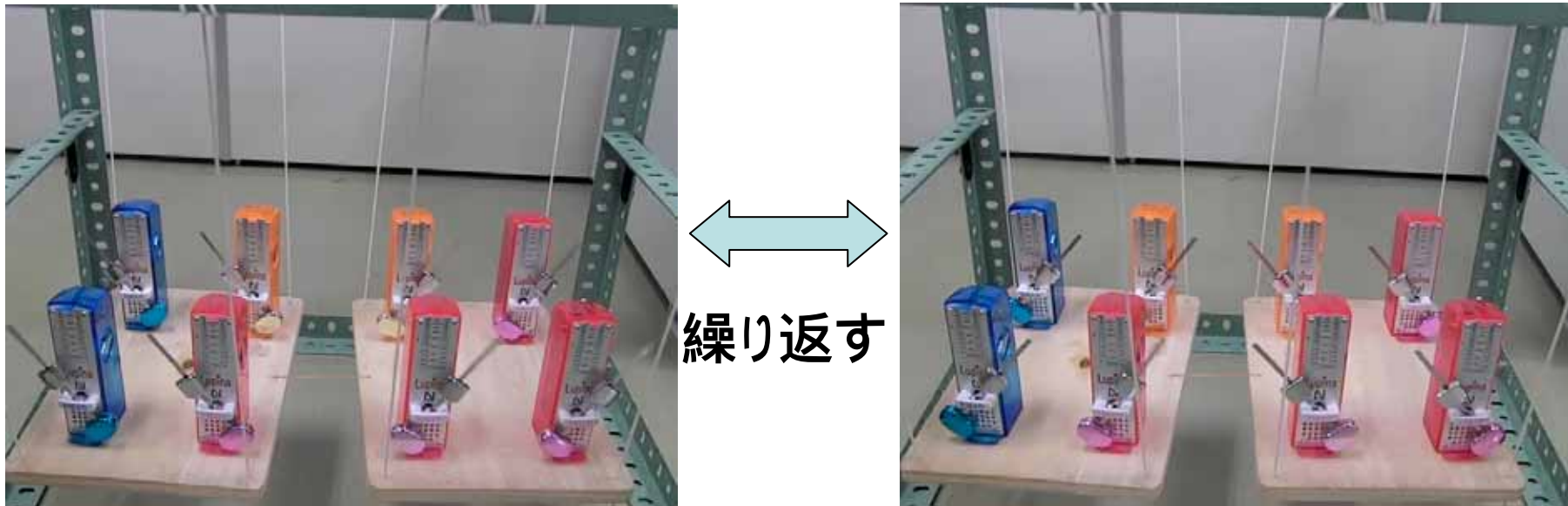
針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する(30fps)。

各まな板上にメトロノーム4個を配置する。各まな板上のメトロノームは同じ向きを向かせ、2枚のまな板上のメトロノームは**向かい合う**ように配置する。

針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する(30fps)。

【結果】 振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には**逆位相**で振動するようになった。すなわち、一方のまな板上の針は**4個とも同位相**で振動するが、他方のまな板上の針は**4個とも揃って前者とは逆位相**の振動を示した(図13)。このとき、2枚のまな板は規則的かつ周期的に近づいたり遠ざかったりしており、**輪ゴムも規則的かつ周期的に伸び縮み**していた。

図13 . 逆位相振動する様子



左の4個は左に振れ、右の4個は右に振れる

左の4個は右に振れ、右の4個は左に振れる

メトロノームを向かい合わせた場合も、振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には逆位相で振動するようになった。すなわち、一方のまな板上の針は4個とも同位相で振動するが、他方のまな板上の針は4個とも揃って前者とは逆位相の振動を示した(図14)。

このとき、2枚のまな板は規則的かつ周期的に近づいたり遠ざかったりしていたが、輪ゴム方向とは直角方向にも逆位相で揺れていた。また、輪ゴムも規則的かつ周期的に伸び縮みしていたが、伸び縮みは輪ゴム方向とは直角方向にも起きていた。

図14. 向かい合わせたときの逆位相振動

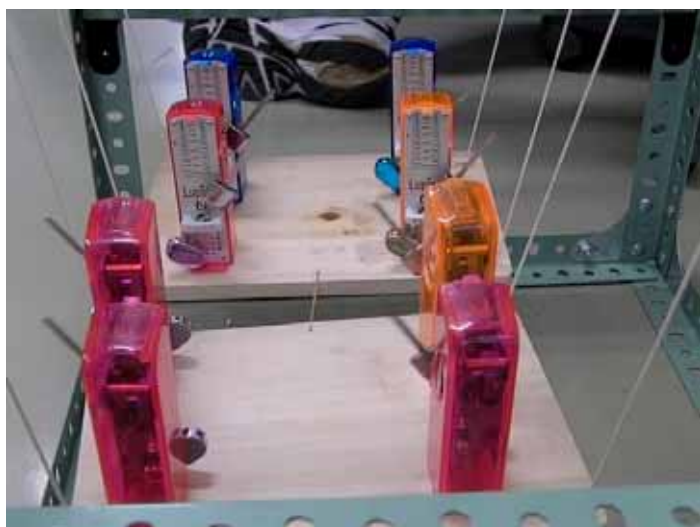


繰り返す



左4個は奥へ振れ、右4個は手前へ振れる

左4個は手前へ振れ、右4個は奥へ振れる



繰り返す



手前4個は左へ振れ、奥4個は右へ振れる

手前4個は右へ振れ、奥4個は左へ振れる

【考察】

8個のメトロノームが同位相振動をした理由は次のように考えられる。針からの力により左のまな板が左に動くと輪ゴムが伸びる。輪ゴムは縮まろうとするので、左右のまな板を中心に引き寄せせる。このとき左のまな板は慣性のため右のまな板より少し遅れて中心に向かう。右のまな板は重力により右に戻り始め、輪ゴムを伸ばそうとする。この様にして、まな板は輪ゴムの弾性力と重力によって左右に振動し、左右のまな板が輪ゴムを中心として左右方向で**対象的な振動運動**を行う傾向がある。これにメトロノームの振動が加わり、左右のまな板は輪ゴムを中心とした逆の動きをする。従って、左右のまな板に乗ったメトロノーム集団は逆位相振動する。

左右のメトロノーム集団が逆位相振動をしているとき輪ゴムは規則的かつ周期的に伸び縮みしていることは以上の考察を示唆している。

実験8. 磁石の引力で連結した まな板ブランコ上のメトロノーム集団

【方法】 まな板ブランコ2枚の向かい合う辺に異なる極を向かい合わせて磁石を固定する。まな板間の距離は静止状態で75mmとする。

各まな板上にメトロノーム4個を配置する。8個全てのメトロノームが同じ向きを向くようにする。

針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する。

各まな板上にメトロノーム4個を配置する。各まな板上のメトロノームは同じ向きを向かせ、2枚のまな板上のメトロノームは向かい合うように配置する。

針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する。

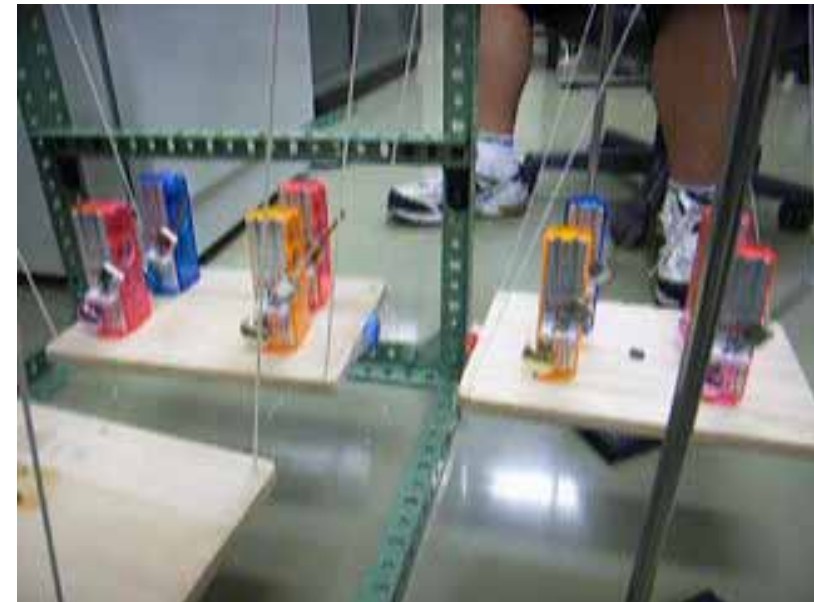
【結果】 振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には8個すべてが同位相で振動するようになった(図15)。

まな板は2枚とも同じ動きをしていることが観察された。

図15. 8個が同位相振動する様子



↔
繰り返す



8個全部が左に振れる

8個全部が右に振れる

メトロノームを向かい合わせた場合も、振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約25後には同位相で振動するようになった。(図16)。このとき、2枚のまな板は相手についていくように同じ動きをした。

図16. 向かい合わせたときの同位相振動



8個全部が左に振れる



繰り返す



8個全部が右に振れる

【考察】

磁石の引力により左右のまな板は両まな板の中心に近づいた状態をとろうとする。磁石の引力は両まな板を結びつける効果をもち、この効果は風糸による結合と同様な働きをもつ。従って、**両まな板は一体化して動き**、8個のメトロノームは1枚のまな板に乗っている場合とおなじであり、8個が同位相振動する。

実験9. 磁石の斥力で連結した まな板ブランコ上のメトロノーム集団

【方法】 まな板ブランコ2枚の向かい合う辺に同じ極を向かい合わせて磁石を固定する。まな板間の距離は静止状態で75mmとする。

各まな板上にメトロノーム4個を配置する。8個全てのメトロノームが同じ向きを向くようにする(図17)。

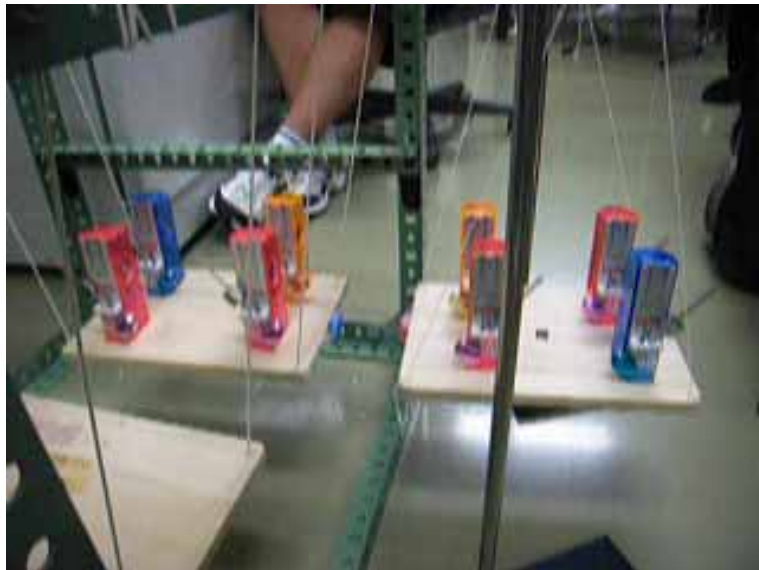
針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する。

各まな板上にメトロノーム4個を配置する。各まな板上のメトロノームは同じ向きを向かせ、2枚のまな板上のメトロノームは向かい合うように配置する(図18)。

針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する。

【結果】 同じ向きを向かせて8個のメトロノームを置いた場合、振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には逆位相で振動するようになった。すなわち、一方のまな板上の針は**4個とも同位相**で振動するが、他方のまな板上の針は**4個とも揃って前者とは逆位相**の振動を示した(図17)。このとき、2枚のまな板は規則的かつ周期的に近づいたり遠ざかったりしていた。

図17. 逆位相振動の様子



繰り返す



左の4個は左に振れ、右の4個は右に振れる

左の4個は右に振れ、右の4個は左に振れる

メトロノームを向かい合わせた場合も、振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には逆位相で振動するようになった。すなわち、一方のまな板上の針は4個とも同位相で振動するが、他方のまな板上の針は4個とも揃って前者とは逆位相の振動を示した(図18)。このとき、2枚のまな板は規則的かつ周期的に近づいたり遠ざかったりしていた。

まな板はメトロノームを置く前も、振動しているときも真正面に向き合わず、ややずれて向かい合っていた。

図18. 逆位相振動の様子



繰り返す



手前4個は左へ振れ、奥4個は右へ振れる

手前4個は右へ振れ、奥4個は左へ振れる

【考察】

磁石の斥力により左右のまな板は両まな板の中心から左右に離れた状態をとろうとする。さらに、磁石の斥力によりY軸方向にも離れた状態をとろうとする。すなわち、磁石の斥力はY軸方向へのずれを大きくする働きをもつ。各まな板はメトロノーム集団の振動によって同位相を生み出す動きをするが、X軸およびY軸方向への斥力によって各まな板は両まな板の中央を中心とした逆の動きをする。従って、左右のまな板に乗ったメトロノーム集団は逆位相振動する。

実験10

円形に配置したメトロノーム4個

【方法】

メトロノーム4個を1枚のまな板上で円周上に並べる。針の振れる向きと円周が垂直になる向きにメトロノームを配置する(図19)。針の位相がバラバラの状態にして振動を開始し、振動の様子をデジカメで撮影する(30fps)。



図19. 4個のメトロノームを円周上に並べる

【結果】

振動開始時点ではバラバラの位相で振動していた針が約30秒後には次のような振動パターンを示した。

(1) 円の中心を挟んで**向かい合う**メトロノームは同位相振動をした(図20)。

(2) 円周上で**隣り合う**メトロノームは逆位相振動をした(図20)。

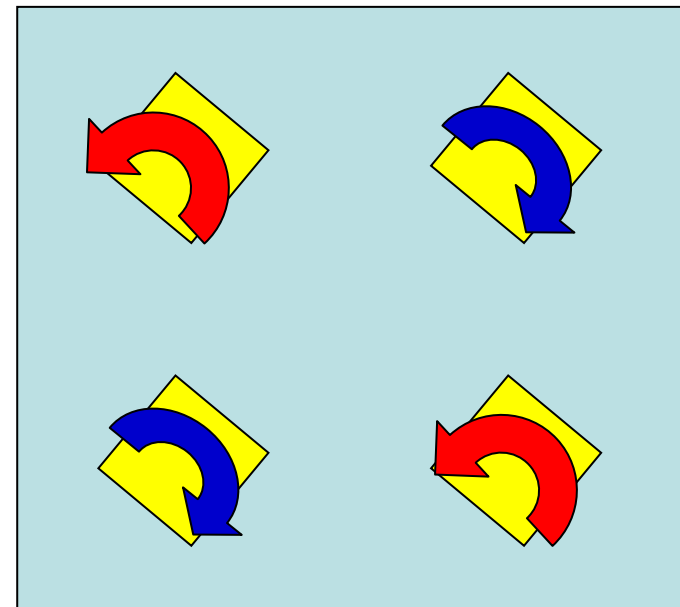
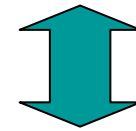
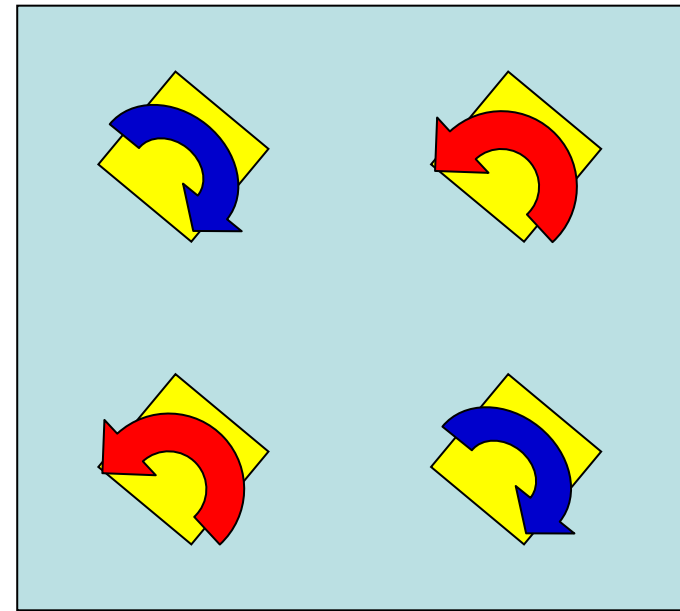


図20

【考察】1枚のまな板の上に同位相と逆位相が現れた理由は次のように考えられる。

向かい合うメトロノームはまな板の揺れを介して同位相振動をする。これに対して隣り合うメトロノームを考えると、一方の振動がまな板の揺れを介して他方におよぼす力は、針の振動面に垂直なため同位相を引き起こさない(図21)。

結局、対角線方向に交差する振動が組合わさって2次元の動きが起こり、まな板がひねられる(図22)。このひねりによって隣り合うメトロノームが逆位相振動を起こす。このひねりは小さく、向かい合わせの同位相への影響は現れない。

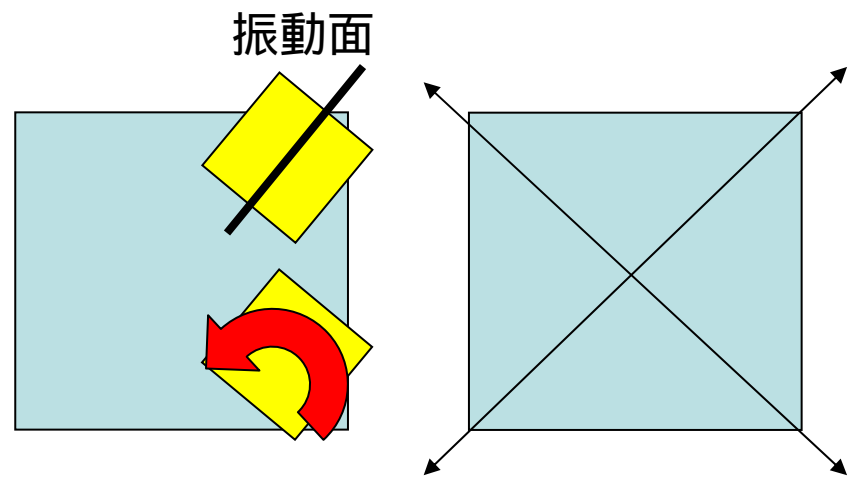


図21

ふたつの揺れが対角線方向に交差する

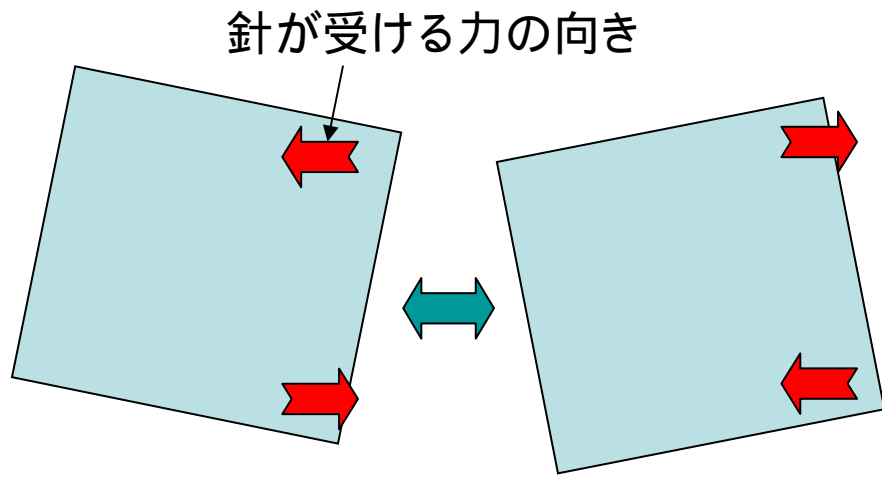


図22.まな板は小さなひねり運動をしている

まとめ

1. 尻系で吊ったまな板ブランコの上に乗せたメトロノーム集団は同位相振動をする。
2. メトロノームの振れでまな板が揺れ、隣のメトロノームを同位相に引き込む。
3. ふたつのまな板間に同一運動を強制する力がある場合、ふたつのまな板上メトロノームは同位相振動をする。
4. ふたつのまな板間に時間遅れの揺れを生じる結合がある場合、ふたつのまな板上メトロノームは逆位相振動をする。
5. ふたつのまな板間に点対称な反発力あるとき、ふたつのまな板上メトロノームは逆位相振動をする。

今後の課題

- メトロノーム集団ごとにまな板の動きを追跡する。
- メトロノーム集団を3組つくり、これらを連結することで新たな振動モードが出現するかどうかを調べる。
- 振動数が少し異なるメトロノーム集団の挙動を調べる。

参考文献

- スティーヴン・ストロガッツ、SYNC、早川書房 (2005)
- 地球調査船アメディゾン、テレビ東京 (2008.8.27)